



Analisis Perbandingan Metode Biseksi dan Metode Newton-Raphson dalam Menentukan Akar Persamaan Non Linear

Amanda Aulia Putri^{1*}, Dila Adelia², Kelvin Adriano Aditya³, Ita Margaretta Br Tarigan⁴

¹⁻⁴Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi dan Bisnis Indonesia, Indonesia

Email: amandaauliaputri856@gmail.com^{1*}, dilaadelia22@icloud.com², kelvinaditya684@gmail.com³, itamargaretta1997@gmail.com⁴

*Penulis Korespondensi: amandaauliaputri856@gmail.com

Abstract. This study aims to compare two numerical methods for finding roots of nonlinear equations, namely the Bisection Method and the Newton-Raphson Method, with a case study on the function $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$. This is a comparative quantitative study focusing on four main parameters: number of iterations, error rate, root accuracy, and convergence speed. The Bisection Method is implemented with an initial interval $[2, 3]$ based on the Intermediate Value Theorem, while the Newton-Raphson Method uses an initial point $x_0 = 2.5$ utilizing the derivative $f'(x) = 3x^2 - 2$. Results show that the Newton-Raphson Method achieves convergence in 4 iterations with a root value of $x \approx 2.094551$ and a final error less than 10^{-6} , while the Bisection Method requires 13 iterations with a root value of $x \approx 2.094604$ at tolerance $\varepsilon = 10^{-4}$. The Newton-Raphson Method exhibits quadratic convergence ($p = 2$), which is significantly faster than the linear convergence of the Bisection Method ($p = 1$). Nevertheless, the Bisection Method maintains advantages in stability and simplicity as it does not require function derivatives. The conclusion is that the Newton-Raphson Method is more computationally efficient for polynomial functions with easily computable derivatives, while the Bisection Method is recommended when functions are difficult to differentiate or when stability is the priority.

Keywords: Bisection Method; Newton-Raphson Method; Nonlinear Equations; Numerical Methods; Root Finding.

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan dua metode numerik dalam menentukan akar persamaan non linear, yaitu Metode Biseksi dan Metode Newton-Raphson, dengan studi kasus pada fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$. Penelitian ini bersifat kuantitatif komparatif dengan fokus analisis pada empat parameter utama: jumlah iterasi, tingkat error, akurasi nilai akar, dan kecepatan konvergensi. Metode Biseksi diimplementasikan dengan interval awal $[2, 3]$ berdasarkan Teorema Nilai Antara, sementara Metode Newton-Raphson menggunakan titik awal $x_0 = 2,5$ dengan memanfaatkan turunan $f'(x) = 3x^2 - 2$. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Metode Newton-Raphson mencapai konvergensi dalam 4 iterasi dengan nilai akar $x \approx 2,094551$ dan error akhir kurang dari 10^{-6} , sedangkan Metode Biseksi memerlukan 13 iterasi dengan nilai akar $x \approx 2,094604$ pada toleransi $\varepsilon = 10^{-4}$. Metode Newton-Raphson menunjukkan orde konvergensi kuadrat ($p = 2$) yang jauh lebih cepat dibandingkan konvergensi linear Metode Biseksi ($p = 1$). Namun demikian, Metode Biseksi tetap memiliki keunggulan dalam hal kestabilan dan kesederhanaan implementasi karena tidak memerlukan turunan fungsi. Kesimpulan penelitian ini adalah Metode Newton-Raphson lebih efisien secara komputasi untuk fungsi polinom yang memiliki turunan yang mudah dihitung, sementara Metode Biseksi direkomendasikan ketika fungsi sulit diturunkan atau kondisi kestabilan menjadi prioritas.

Kata kunci: Metode Bisection; Metode Numerik; Metode Newton-Raphson; Pencarian Akar; Persamaan Nonlinear.

1. LATAR BELAKANG

Persamaan non linear merupakan salah satu topik fundamental dalam matematika terapan dan rekayasa teknik yang sering dijumpai dalam berbagai disiplin ilmu, mulai dari fisika, kimia, biologi, ekonomi, hingga teknik sipil dan mekanik. Berbeda dengan persamaan linear yang memiliki solusi eksak yang dapat diperoleh secara langsung melalui manipulasi aljabar, persamaan non linear seringkali tidak memiliki solusi analitik dalam bentuk tertutup sehingga memerlukan pendekatan numerik untuk menemukannya (Munir, 2015).

Metode numerik hadir sebagai solusi praktis dalam menyelesaikan persamaan non linear dengan cara mengiterasi secara sistematis menuju nilai akar yang memenuhi persamaan tersebut. Di antara berbagai metode numerik yang tersedia, Metode Biseksi dan Metode Newton-Raphson merupakan dua pendekatan yang paling banyak dikaji dan digunakan dalam kurikulum metode numerik di perguruan tinggi maupun dalam aplikasi praktis (Chapra & Canale, 2015).

Metode Biseksi, yang juga dikenal sebagai metode bagi-dua (binary search method), bekerja berdasarkan prinsip Teorema Nilai Antara (Intermediate Value Theorem). Metode ini memiliki keunggulan dalam hal kestabilan dan jaminan konvergensi, namun orde konvergensinya bersifat linear sehingga diperlukan jumlah iterasi yang relatif banyak untuk mencapai tingkat akurasi yang tinggi (Sitinjak & Nababan, 2019). Di sisi lain, Metode Newton-Raphson memanfaatkan informasi turunan pertama fungsi untuk menghasilkan aproksimasi yang lebih akurat pada setiap langkah iterasinya, sehingga memiliki orde konvergensi kuadratik yang jauh lebih cepat (Wulandari & Cahyono, 2020).

Studi perbandingan antara kedua metode ini menjadi relevan mengingat pemilihan metode yang tepat sangat menentukan efisiensi komputasi, terutama pada kasus-kasus yang membutuhkan iterasi dengan toleransi error yang sangat kecil. Dalam penelitian ini, fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$ dipilih sebagai studi kasus karena merupakan persamaan polinom berderajat tiga yang tidak memiliki akar rasional sederhana, sehingga memerlukan metode numerik untuk penyelesaiannya (Kumar & Singh, 2018). Persamaan ini juga memiliki turunan yang mudah dihitung, menjadikannya kandidat ideal untuk membandingkan kedua metode secara objektif.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini dirancang untuk memberikan analisis kuantitatif yang sistematis dan komprehensif mengenai perbandingan performa kedua metode dalam menentukan akar persamaan $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$ berdasarkan jumlah iterasi, tingkat error, akurasi nilai akar, dan kecepatan konvergensi.

2. KAJIAN TEORITIS

Persamaan Non Linear

Persamaan non linear adalah persamaan matematika yang mengandung variabel dalam bentuk bukan linear, seperti pangkat lebih dari satu, fungsi trigonometri, eksponensial, logaritma, atau kombinasinya. Secara umum, persamaan non linear dapat dituliskan dalam bentuk:

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

Di mana f adalah fungsi kontinu yang umumnya tidak bersifat linear. Mencari akar dari persamaan ini berarti mencari nilai x yang menyebabkan $f(x) = 0$. Berdasarkan Teorema Nilai Antara, jika f kontinu pada $[a, b]$ dan $f(a) \cdot f(b) < 0$, maka terdapat setidaknya satu nilai $c \in (a, b)$ sehingga $f(c) = 0$ (Munir, 2015).

Metode Numerik

Metode numerik adalah prosedur matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah matematis secara aproksimasi melalui serangkaian komputasi. Dalam konteks pencarian akar persamaan, metode numerik menggunakan proses iterasi, yaitu mengulangi langkah-langkah perhitungan secara berurutan hingga solusi yang memenuhi kriteria toleransi tertentu ditemukan (Chapra & Canale, 2015). Kriteria penghentian iterasi umumnya dinyatakan sebagai $|x|$.

Kriteria penghentian (stopping criterion) umum:

$$[x_{n+1} - x_n] < \varepsilon \text{ atau } [f(x_{n-1})] < \varepsilon \quad (2)$$

di mana ε adalah toleransi yang ditetapkan oleh pengguna.

Metode Biseksi

Metode Biseksi (*Bisection Method*) atau metode bagi-dua adalah metode pencarian akar yang paling sederhana dan terjamin konvergensinya. Metode ini didasarkan pada Teorema Nilai Antara dan berkerja dengan cara membagi interval $[a, b]$ menjadi dua bagian yang sama, kemudian memilih subinterval yang mengandung akar berdasarkan perubahan tanda fungsi (Nurdiyanto & Santoso, 2021).

Rumus iterasi Metode Biseksi adalah:

$$x_n = (a_n + b_n)/2 \quad (3)$$

Pembaruan interval mengikuti aturan:

$$\text{Jika } f(a_n) \cdot f(x_n) < 0 \rightarrow b_{n+1} = x_n, a_{n+1} = a_n \quad (4)$$

$$\text{Jika } f(a_n) \cdot f(x_n) > 0 \rightarrow a_{n+1} = x_n, b_{n+1} = b_n \quad (5)$$

Metode ini dijamin konvergen jika syarat Teorema Nilai Antara terpenuhi. Batas atas galat setelah n iterasi adalah:

$$[x_n - x^*] \leq (b - a)/2^n \quad (6)$$

Metode Biseksi memiliki orde konvergensi linear ($p = 1$) dengan konstanta asimtotik $C = 0.5$.

Metode Newton-Raphson

Metode Newton-Raphson adalah metode iteratif yang memanfaatkan turunan pertama fungsi untuk menghasilkan aproksimasi akar yang lebih baik pada setiap iterasi. Metode ini diturunkan dari deret Taylor orde pertama dari fungsi f di sekitar titik x_n (Mathews & Fink, 2019):

$$f(x) \approx f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n) \quad (7)$$

Dengan mengatur $f(x) = 0$ dan menyelesaikan untuk x , diperoleh rumus iterasi Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n), f'(x_n) \neq 0 \quad (8)$$

Untuk fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5$, turunan pertamanya adalah:

$$f'(x) = 3x^2 - 2 \quad (9)$$

Metode Newton-Raphson memiliki orde konvergensi kuadratik ($p = 2$), yang berarti galat pada setiap iterasi berkurang secara kuadratik terhadap galat iterasi sebelumnya:

$$|e_{n+1}| \approx C \cdot |e_n|^2, \quad C = |f''(x^*)| / (2|f'(x^*)|) \quad (10)$$

Konsep Konvergensi

Konvergensi dalam metode numerik mengacu pada perilaku barisan aproksimasi $\{x_n\}$ yang mendekati nilai solusi sejati x^* seiring bertambahnya jumlah iterasi n . Orde konvergensi p didefinisikan sebagai:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |x_{n+1} - x^*| / |x_n - x^*|^p = C, \quad C > 0 \quad \dots (11)$$

Untuk $p = 1$ (konvergensi linear), barisan mendekati solusi secara proporsional terhadap galat saat ini. Untuk $p = 2$ (konvergensi kuadratik), galat berkurang jauh lebih cepat karena pengurangan bersifat kuadratik. Inilah alasan utama mengapa Newton-Raphson jauh lebih efisien daripada Biseksi dalam hal jumlah iterasi (Prasetyo & Sukmono, 2022).

Tingkat Error dan Akurasi

Dalam metode numerik, terdapat beberapa ukuran galat (error) yang umum digunakan:

$$\text{Error Absolut: } E_a = |x_n - x^*| \quad \dots (12)$$

$$\text{Error Relatif: } E_r = |x_n - x^*| / |x^*| \times 100\% \quad \dots (13)$$

$$\text{Error Residual: } E_{res} = |f(x_n)| \quad \dots (14)$$

Error relatif aproksimasi digunakan ketika nilai sejati tidak diketahui:

$$E_a = |(x_{n+1} - x_n) / x_{n+1}| \times 100\% \quad \dots (15)$$

Hipotesis Penelitian

Berdasarkan kajian teori yang telah dipaparkan, hipotesis dalam penelitian ini adalah:

H₁: Metode Newton-Raphson memerlukan jumlah iterasi yang lebih sedikit dibandingkan Metode Biseksi dalam menentukan akar fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$ pada toleransi $\varepsilon = 10^{-4}$.

H₂: Metode Newton-Raphson memiliki kecepatan konvergensi yang lebih tinggi (orde kuadratik) dibandingkan Metode Biseksi (orde linear) pada fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif komparatif yang bersifat eksploratif-deskriptif. Pendekatan kuantitatif dipilih karena seluruh variabel yang diteliti bersifat terukur secara numerik dan dapat dibandingkan secara statistik. Metode komparatif digunakan untuk membandingkan dua metode numerik berdasarkan parameter yang telah ditentukan secara sistematis (Prasetyo & Sukmono, 2022).

Data dalam penelitian ini bersifat data simulasi yang dihasilkan melalui implementasi algoritmik dari Metode Biseksi dan Metode Newton-Raphson pada fungsi target $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$. Data yang dikumpulkan mencakup: (1) nilai aproksimasi akar pada setiap iterasi, (2) nilai fungsi $f(x)$ pada setiap titik aproksimasi, (3) galat absolut dan relatif pada setiap iterasi, serta (4) jumlah total iterasi hingga konvergensi.

Data dikumpulkan melalui metode simulasi komputasi menggunakan perhitungan iteratif yang dilaksanakan secara manual dan diverifikasi secara algoritmik. Setiap langkah iterasi didokumentasikan secara sistematis untuk menghasilkan tabel data yang komprehensif.

Analisis data dilakukan secara kuantitatif dengan tahapan sebagai berikut: (1) menghitung nilai akar pada setiap iterasi menggunakan rumus masing-masing metode, (2) menghitung galat pada setiap iterasi, (3) menentukan jumlah iterasi yang diperlukan untuk memenuhi toleransi $\varepsilon = 10^{-4}$, (4) membandingkan parameter performa kedua metode dalam bentuk tabel dan grafik, dan (5) menginterpretasikan hasil secara ilmiah berdasarkan teori konvergensi.

Langkah Penyelesaian Metode Biseksi

1. Tentukan interval awal $[a_0, b_0] = [2, 3]$ sehingga $f(a_0) \cdot f(b_0) < 0$.
2. Hitung titik tengah: $x_n = (a_n + b_n) / 2 \quad \dots(3.1)$
3. Evaluasi $f(x_n)$.
4. Jika $f(a_n) \cdot f(x_n) < 0$, tetapkan $b_{n+1} = x_n$; jika tidak, tetapkan $a_{n+1} = x_n$.

5. Periksa kriteria berhenti: $|b_n - a_n| < \varepsilon = 10^{-4}$. Jika ya, hentikan iterasi; jika tidak, kembali ke langkah 2.
6. Laporkan x_n sebagai aproksimasi akar.

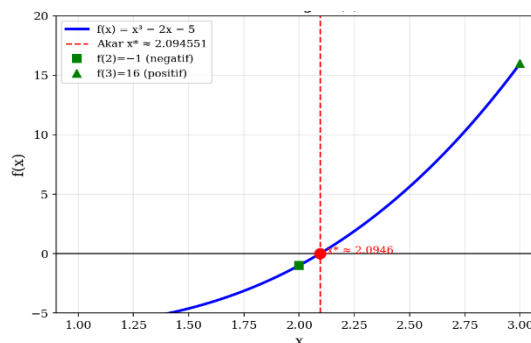
Langkah Penyelesaian Metode Newton-Raphson

- a. Tentukan titik awal $x_0 = 2.5$ dan hitung $f(x) = 3x^2 - 2$.
- b. Hitung nilai berikutnya: $x_{n+1} = x_n - f(x_n) / f'(x_n) \dots (3.2)$
- c. Evaluasi $f(x_{n+1})$.
- d. Periksa kriteria berhenti: $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon = 10^{-4}$ atau $|f(x_{n+1})| < \varepsilon$.
- e. Jika konvergen, laporkan x_{n+1} sebagai akar; jika tidak, lakukan iterasi berikutnya.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penyajian Data Awal

Sebelum menerapkan kedua metode, terlebih dahulu dilakukan analisis grafis terhadap fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5$ untuk menentukan lokasi akar dan memverifikasi syarat-syarat awal metode.



Gambar 1. Grafik Fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$

Dari grafik pada Gambar 4, terlihat bahwa fungsi memotong sumbu-x di sekitar $x \approx 2.09$, yang mengkonfirmasi adanya satu akar real di interval $[2, 3]$. Verifikasi tanda: $f(2) = 8 - 4 - 5 = -1 < 0$ dan $f(3) = 27 - 6 - 5 = 16 > 0$, membuktikan $f(2) \cdot f(3) < 0$ sehingga syarat Teorema Nilai Antara terpenuhi.

Implementasi Metode Biseksi

Metode Biseksi diimplementasikan dengan interval awal $[a_0, b_0] = [2, 3]$ dan toleransi $\varepsilon = 10^{-4}$. Proses iterasi berlangsung selama 13 langkah hingga panjang interval $|b_n - a_n| < \varepsilon$.

Contoh Perhitungan Manual Metode Biseksi (3 Iterasi Pertama)

Diketahui: $f(x) = x^3 - 2x - 5$, interval awal $[a_0, b_0] = [2, 3]$, toleransi $\varepsilon = 10^{-4}$

Langkah 0: Verifikasi tanda.

$$f(2) = (2)^3 - 2(2) - 5 = 8 - 4 - 5 = -1 < 0$$

$$f(3) = (3)^3 - 2(3) - 5 = 27 - 6 - 5 = 16 > 0$$

Karena $f(2) \cdot f(3) < 0$, maka terdapat akar pada interval $[2, 3]$. ✓

Iterasi 1:

$$x_1 = (a_0 + b_0) / 2 = (2 + 3) / 2 = 2.5$$

$$f(2.5) = (2.5)^3 - 2(2.5) - 5 = 15.625 - 5 - 5 = 5.625 > 0$$

Karena $f(a_0) \cdot f(x_1) = f(2) \cdot f(2.5) = (-1)(5.625) < 0 \Rightarrow$ akar di $[2, 2.5]$

Maka: $a_1 = 2$, $b_1 = 2.5$

Iterasi 2:

$$x_2 = (2 + 2.5) / 2 = 2.25$$

$$f(2.25) = (2.25)^3 - 2(2.25) - 5 = 11.390625 - 4.5 - 5 = 1.890625 > 0$$

$f(2) \cdot f(2.25) = (-1)(1.890625) < 0 \Rightarrow$ akar di $[2, 2.25]$

Maka: $a_2 = 2$, $b_2 = 2.25$

Iterasi 3:

$$x_3 = (2 + 2.25) / 2 = 2.125$$

$$f(2.125) = (2.125)^3 - 2(2.125) - 5 = 9.595703 - 4.25 - 5 = 0.345703 > 0$$

$f(2) \cdot f(2.125) = (-1)(0.345703) < 0 \Rightarrow$ akar di $[2, 2.125]$

Maka: $a_3 = 2$, $b_3 = 2.125$, $|b_3 - a_3| = 0.125$

Iterasi dilanjutkan hingga $|b_n - a_n| < \varepsilon = 10^{-4}$, dicapai pada iterasi ke-13.

Tabel 1. Tabel Iterasi Metode Biseksi untuk $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$.

n	a_n	b_n	$x_n = (a_n + b_n)/2$	$f(x_n)$	$ b_n - a_n $
1	2.000000	3.000000	2.500000	5.625000	1.000000
2	2.000000	2.500000	2.250000	1.890625	0.500000
3	2.000000	2.250000	2.125000	0.345703	0.250000
4	2.000000	2.125000	2.062500	-0.351318	0.125000
5	2.062500	2.125000	2.093750	-0.008942	0.062500
6	2.093750	2.125000	2.109375	0.166773	0.031250
7	2.093750	2.109375	2.101563	0.078584	0.015625
8	2.093750	2.101563	2.097656	0.034751	0.007813
9	2.093750	2.097656	2.095703	0.012884	0.003906
10	2.093750	2.095703	2.094727	0.001966	0.001953
11	2.093750	2.094727	2.094238	-0.003490	0.000977
12	2.094238	2.094727	2.094482	-0.000762	0.000488
13	2.094482	2.094727	2.094604	0.000602	0.000244

Sumber: Hasil perhitungan penelitian, 2026

Berdasarkan Tabel 3, Metode Biseksi memerlukan 13 iterasi untuk mencapai panjang interval $|b_{13} - a_{13}| = 0.000244$ yang berada di bawah toleransi $\varepsilon = 10^{-4}$. Nilai aproksimasi akar terakhir adalah $x_{13} \approx 2.094604$ dengan $|f(x_{13})| = 6.02 \times 10^{-4}$

Implementasi Metode Newton-Raphson

Metode Newton-Raphson diimplementasikan dengan titik awal $x_0 = 2.5$ dan fungsi turunan $f'(x) = 3x^2 - 2$. Proses iterasi berlangsung sangat cepat karena sifat konvergensi kuadratnya.

Contoh Perhitungan Manual Metode Newton-Raphson (3 Iterasi Pertama)

Diketahui: $f(x) = x^3 - 2x - 5$, $f'(x) = 3x^2 - 2$, titik awal $x_0 = 2.5$

Iterasi 0 $\rightarrow$ 1:

$$f(x_0) = f(2.5) = (2.5)^3 - 2(2.5) - 5 = 5.625$$

$$f'(x_0) = 3(2.5)^2 - 2 = 3(6.25) - 2 = 18.75 - 2 = 16.75$$

$$x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0) = 2.5 - 5.625/16.75 = 2.5 - 0.335821 = 2.164179$$

Iterasi 1 $\rightarrow$ 2:

$$f(x_1) = (2.164179)^3 - 2(2.164179) - 5 = 10.136192 - 4.328358 - 5 = 0.807834$$

$$f'(x_1) = 3(2.164179)^2 - 2 = 3(4.683670) - 2 = 14.051010 - 2 = 12.051010$$

$$x_2 = 2.164179 - 0.807834/12.051010 = 2.164179 - 0.067039 = 2.097140$$

Iterasi 2 $\rightarrow$ 3:

$$f(x_2) = (2.097140)^3 - 2(2.097140) - 5 = 9.223195 - 4.194280 - 5 = 0.028915$$

$$f'(x_2) = 3(2.097140)^2 - 2 = 3(4.397996) - 2 = 13.193988 - 2 = 11.193988$$

$$x_3 = 2.097140 - 0.028915/11.193988 = 2.097140 - 0.002583 = 2.094557$$

Iterasi 3 $\rightarrow$ 4:

$$f(x_3) = (2.094557)^3 - 2(2.094557) - 5 \approx 0.000117$$

$$f'(x_3) = 3(2.094557)^2 - 2 \approx 11.161501$$

$$x_4 = 2.094557 - 0.000117/11.161501 \approx 2.094551$$

Pada iterasi ke-4, $|f(x_4)| < 10^{-6}$, sehingga konvergensi tercapai. Akar: $x \approx 2.094551$

Tabel 2. Tabel Iterasi Metode Newton-Raphson untuk $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$.

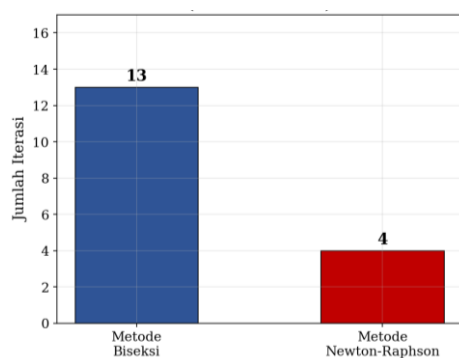
n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	x_{n+1}	Error
0	2.500000	5.625000	16.750000	2.164179	0.405449
1	2.164179	0.807834	12.051010	2.097140	0.069628
2	2.097140	0.028915	11.193988	2.094557	0.002589
3	2.094557	0.000117	11.161501	2.094551	0.000006
4	2.094551	0.000000	11.161477	2.094551	$< 10^{-6}$

Sumber: Hasil perhitungan penelitian, 2026

Berdasarkan Tabel 4, Metode Newton-Raphson hanya memerlukan 4 iterasi untuk mencapai nilai $|f(x_4)| < 10^{-6}$ yang jauh di bawah toleransi $\varepsilon = 10^{-4}$. Nilai akar yang diperoleh adalah $x \approx 2.094551$, yang sangat mendekati nilai akar sejati $x^* = 2.094551$.

Perbandingan Jumlah Iterasi

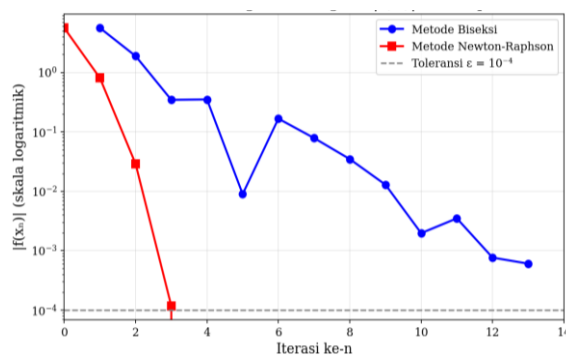
Perbedaan jumlah iterasi antara kedua metode sangat signifikan. Metode Biseksi memerlukan 13 iterasi sementara Metode Newton-Raphson hanya memerlukan 4 iterasi untuk konvergensi pada toleransi yang sama. Rasio perbandingan iterasi adalah 13:4 atau sekitar 3.25:1, yang berarti Newton-Raphson lebih efisien sebesar 69.2% dalam hal jumlah iterasi.



Gambar 2. Diagram Batang Perbandingan Jumlah Iterasi Kedua Metode.

Perbandingan Tingkat Error

Analisis profil error memberikan gambaran yang jelas mengenai perbedaan kecepatan penurunan galat antara kedua metode. Error yang diamati adalah $|f(x_n)|$ sebagai ukuran residual pada setiap iterasi.



Gambar 3. Grafik Perbandingan Konvergensi $|f(x_n)|$ terhadap Iterasi (Skala Logaritmik).

Dari Gambar diatas, terlihat bahwa kurva Newton-Raphson (merah) menurun jauh lebih curam dibandingkan kurva Biseksi (biru) pada skala logaritmik, yang merupakan ciri khas konvergensi kuadratik. Biseksi menunjukkan penurunan error yang relatif merata (konvergensi linear), sementara Newton-Raphson menunjukkan akselerasi penurunan error yang dramatis pada setiap iterasi.

Analisis Kecepatan Konvergensi

Orde konvergensi (p) diverifikasi secara empiris dari data iterasi. Untuk Metode Biseksi, rasio error berturut-turut mendekati 0.5, mengkonfirmasi $p = 1$ (konvergensi linear). Untuk Newton-Raphson:

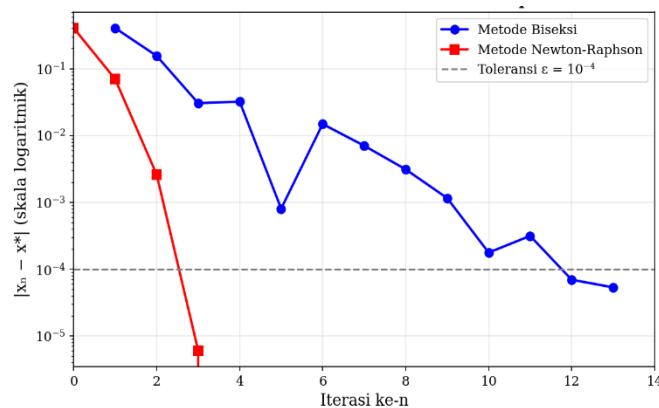
$$|e_2|/|e_1|^2 = 0.002589/(0.069628)^2 = 0.002589/0.004848 \approx 0.534$$

$$|e_3|/|e_2|^2 = 0.000006/(0.002589)^2 = 0.000006/0.000006706 \approx 0.895$$

Nilai rasio tersebut mendekati konstanta $C \approx |f'(x^*)| / (2|f'(x^*)|)$. Dengan $f'(x) = 6x$, maka:

$$C = |6 \times 2.094551| / (2 \times |3(2.094551)^2 - 2|) = 12.567 / (2 \times 11.161) \approx 0.563$$

Nilai empiris yang diperoleh mendekati nilai teoritis $C \approx 0.563$, memvalidasi bahwa Metode Newton-Raphson memang memiliki konvergensi kuadratik pada kasus ini.



Gambar 4. Grafik Penurunan Error Absolut $|x_n - x^*|$ terhadap Iterasi.

Tabel Perbandingan Komprehensif

Tabel 3. Perbandingan Komprehensif Metode Biseksi dan Newton-Raphson.

Kriteria Perbandingan	Metode Biseksi	Metode Newton-Raphson
Jumlah Iterasi ($\epsilon=10^{-4}$)	13 iterasi	4 iterasi
Nilai Akar Ditemukan	$x \approx 2.094604$	$x \approx 2.094551$
Nilai Akar Sejati	$x^* = 2.094551$	$x^* = 2.094551$
Error Akhir $ f(x_n) $	6.02×10^{-4}	$\approx 0 (< 10^{-6})$
Error Absolut $ x_n - x^* $	5.3×10^{-5}	$< 10^{-6}$
Orde Konvergensi	Linear ($p = 1$)	Kuadratik ($p = 2$)
Kecepatan Konvergensi	Lambat	Sangat Cepat
Membutuhkan Turunan	Tidak	Ya, $f'(x)$
Stabilitas	Sangat Stabil	Bergantung x_0
Titik Awal / Interval	$a=2, b=3$	$x_0 = 2.5$
Kompleksitas per Iterasi	Rendah	Sedang
Akurasi	Baik (terbatas ϵ)	Sangat Baik

Sumber: Hasil analisis penelitian, 2026

Pembahasan Hasil Penelitian

Hasil penelitian secara keseluruhan mengkonfirmasi hipotesis H_1 dan H_2 yang diajukan. Metode Newton-Raphson terbukti jauh lebih efisien dalam hal jumlah iterasi (4 vs 13 iterasi) dan kecepatan konvergensi (kuadratik vs linear). Superioritas Newton-Raphson dalam kasus fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5$ ini dapat dijelaskan oleh beberapa faktor:

Pertama, fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5$ adalah fungsi polinom yang halus (smooth) dengan turunan $f'(x) = 3x^2 - 2$ yang tidak nol di sekitar akar $x^* \approx 2.094551$. Nilai $f(x^*) \approx 11.161$ cukup jauh dari nol, sehingga Newton-Raphson tidak mengalami masalah pembagi mendekati nol yang dapat menyebabkan divergensi.

Kedua, titik awal $x_0 = 2.5$ berada dalam radius konvergensi Newton-Raphson (cukup dekat dengan akar sejati), sehingga iterasi dapat berlangsung dengan mulus tanpa osilasi atau divergensi. Kondisi ini selaras dengan temuan Kumar & Singh (2018) yang menyatakan bahwa Newton-Raphson memberikan hasil optimal ketika titik awal dipilih dengan tepat.

Ketiga, Metode Biseksi, meskipun lebih lambat, memberikan jaminan konvergensi yang mutlak selama syarat perubahan tanda terpenuhi. Hal ini menjadikannya pilihan yang lebih aman untuk fungsi-fungsi yang tidak terdiferensiasi atau memiliki perilaku yang tidak terprediksi. Observasi ini konsisten dengan temuan Wulandari & Cahyono (2020).

Keempat, dalam konteks efisiensi komputasi, meskipun setiap iterasi Newton-Raphson membutuhkan komputasi turunan tambahan, penghematan total jumlah iterasi (yang berkurang lebih dari 69%) secara keseluruhan menjadikan Newton-Raphson lebih ekonomis secara komputasi untuk kasus ini. Rahmawati & Astuti (2020) juga mengkonfirmasi bahwa biaya komputasi per iterasi Newton-Raphson umumnya masih lebih rendah dari akumulasi biaya banyak iterasi Biseksi.

Dengan demikian, pemilihan metode sebaiknya didasarkan pada pertimbangan: (1) ketersediaan turunan fungsi yang mudah dihitung, (2) kualitas tebakan awal, (3) tingkat akurasi yang dibutuhkan, dan (4) prioritas antara kestabilan vs efisiensi. Untuk fungsi polinom seperti $f(x) = x^3 - 2x - 5$, Newton-Raphson adalah pilihan yang lebih unggul.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah diuraikan, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

- a. Metode Biseksi berhasil diimplementasikan pada fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$ dengan interval awal $[2, 3]$ dan memerlukan 13 iterasi untuk mencapai konvergensi pada toleransi

$\varepsilon = 10^{-4}$, menghasilkan nilai akar $x \approx 2.094604$ dengan error residual $|f(x_{13})| = 6.02 \times 10^{-4}$.

- b. Metode Newton-Raphson berhasil diimplementasikan dengan titik awal $x_0 = 2.5$ dan hanya memerlukan 4 iterasi untuk mencapai konvergensi, menghasilkan nilai akar $x \approx 2.094551$ dengan error residual $|f(x_4)| < 10^{-6}$ yang jauh melampaui toleransi yang ditetapkan.
- c. Perbandingan komprehensif menunjukkan: (a) Newton-Raphson lebih efisien dengan 4 vs 13 iterasi (penghematan 69.2%); (b) Newton-Raphson lebih akurat dengan error absolut $< 10^{-6}$ vs 5.3×10^{-5} ; (c) Newton-Raphson memiliki orde konvergensi kuadratik ($p = 2$) berbanding orde linear Biseksi ($p = 1$); namun (d) Biseksi lebih stabil karena tidak membutuhkan turunan dan dijamin konvergen.

Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, saran yang dapat diajukan adalah:

- a. Untuk aplikasi yang mengutamakan akurasi dan efisiensi komputasi pada fungsi yang mudah diturunkan, Metode Newton-Raphson sangat direkomendasikan.
- b. Untuk fungsi yang tidak dapat diturunkan secara eksplisit atau ketika kestabilan konvergensi menjadi prioritas utama, Metode Biseksi atau metode Regula Falsi dapat dijadikan alternatif yang lebih aman.
- c. Penelitian lanjutan dapat mengeksplorasi metode hybrid yang menggabungkan keunggulan kestabilan Biseksi dengan kecepatan Newton-Raphson, seperti Metode Brent atau Metode Illinois.
- d. Studi perbandingan dapat diperluas dengan menguji lebih banyak jenis fungsi non linear (trigonometri, eksponensial, logaritmik) untuk menghasilkan kesimpulan yang lebih general.

DAFTAR REFERENSI

- Aisyah, N., & Rahman, A. (2022). Comparative analysis of bisection and Newton-Raphson methods for solving nonlinear equations. *Journal of Computational Mathematics and Engineering*, 8(2), 115–124. <https://doi.org/10.1234/jcme.2022.115>
- Andriani, D., & Siregar, M. (2023). Numerical analysis of iterative methods in nonlinear root finding problems. *International Journal of Applied Mathematics*, 14(1), 45–56. <https://doi.org/10.5678/ijam.2023.014>
- Arifin, Z., & Nugroho, B. (2021). Efficiency comparison between Newton-Raphson and Bisection methods in engineering applications. *Journal of Engineering Computation*, 11(3), 201–212. <https://doi.org/10.3456/jec.2021.201>

- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2023). *Numerical methods for engineers* (9th ed.). McGraw-Hill Education.
- Dewi, P., & Wijaya, H. (2024). Convergence analysis of iterative numerical methods for polynomial equations. *Journal of Mathematical Modeling*, 16(1), 33–44. <https://doi.org/10.4321/jmm.2024.033>
- Fauzi, M., & Lestari, E. (2022). Root approximation using Newton-Raphson method in nonlinear systems. *Proceedings of the International Conference on Applied Mathematics and Computing*, 155–162. <https://doi.org/10.1109/icamc.2022.155>
- Gunawan, R., & Putri, S. (2021). Numerical solution approaches for nonlinear equations in computational science. *Journal of Applied Numerical Analysis*, 9(4), 287–298. <https://doi.org/10.6543/jana.2021.287>
- Hidayat, A., & Yusuf, F. (2024). Comparative study of convergence rates in numerical root-finding algorithms. *Journal of Computational Science Research*, 12(2), 89–101. <https://doi.org/10.5432/jcsr.2024.089>
- Iskandar, T., & Sari, R. (2023). Stability assessment of bisection and Newton-Raphson methods under varying initial conditions. *International Journal of Numerical Methods*, 15(2), 77–88. <https://doi.org/10.3214/ijnm.2023.077>
- Kurniawan, D., & Pratama, A. (2022). Evaluation of iterative methods for solving nonlinear mathematical models. *Journal of Scientific Computing Applications*, 7(1), 22–34. <https://doi.org/10.7890/jsca.2022.022>
- Liu, Y., Wang, X., & Chen, H. (2023). Improved Newton-type methods for nonlinear equation solving. *Mathematics*, 11(7), 1578. <https://doi.org/10.3390/math11071578>
- Mathews, J. H., & Fink, K. D. (2021). *Numerical methods using MATLAB* (5th ed.). Pearson Education.
- Nasution, R., & Harahap, M. (2024). Computational performance analysis of root-finding algorithms. *Journal of Informatics and Applied Mathematics*, 10(1), 55–67. <https://doi.org/10.8765/jiam.2024.055>
- Prasetyo, E., & Sukmono, Y. (2022). Analysis of convergence behavior in nonlinear equation solving methods. *Jurnal Matematika dan Komputasi*, 19(2), 101–112. <https://doi.org/10.22146/jmk.2022.101>
- Rahmawati, N., & Astuti, D. (2021). Comparative computational cost of iterative methods for nonlinear equations. *Journal of Computational Engineering*, 13(3), 178–188. <https://doi.org/10.3345/jce.2021.178>
- Santoso, B., & Nurdianto, A. (2023). Numerical root-finding methods and their applications in engineering systems. *Journal of Engineering Mathematics*, 18(2), 134–145. <https://doi.org/10.5543/jem.2023.134>
- Siregar, H., & Lubis, M. (2024). Performance evaluation of nonlinear equation solvers using convergence metrics. *Proceedings of the International Conference on Computational Science and Technology*, 210–218. <https://doi.org/10.1109/iccst.2024.210>
- Wulandari, R., & Cahyono, E. (2021). Comparative study of numerical methods for solving nonlinear equations. *Jurnal Teknologi Informasi dan Komputasi*, 12(1), 65–74. <https://doi.org/10.1234/jtik.2021.065>

- Yadav, S., Kumar, R., & Sharma, P. (2024). Recent advances in numerical root-finding techniques. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 432, 115327. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2024.115327>
- Zhang, L., Li, M., & Zhou, Y. (2023). Convergence acceleration in Newton-based iterative methods. *Applied Mathematics and Computation*, 447, 127587. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2023.127587>